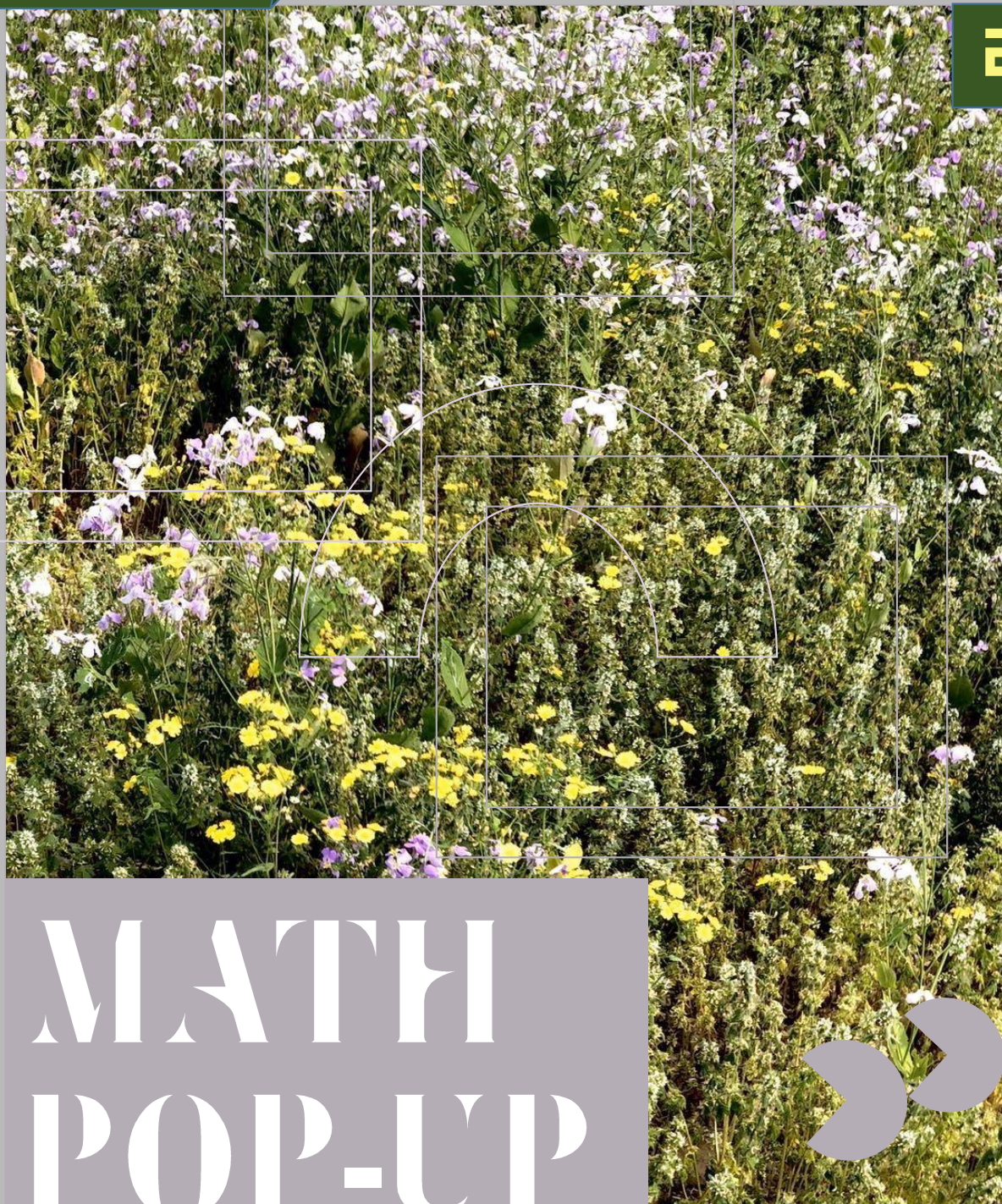


SPECIAL ISSUE:

HAPPY

2 $\pi$  DAY!



# MATH POP-UP SALON

报告人:

费佳睿

李吉有

向子卿

傅武德

李友林

张跃辉

来米加

林一青

朱亦哲

Onsite Event Info:  
(GMT+8) 10:00A.M. June 28th  
4-101, East Middle Hall

Live Stream Info:  
Zoom Meeting ID: 99264730981  
Zoom Meeting Password: 178135

# Math Pop-up Salon (IV)

两派日 /  $2\pi$  Day, 2020

地点 / Venue : 东中院 4-101 / 4-101, East Middle Hall  
时间 / Time : 10:00 A.M. (GMT +8)

## Zoom 信息 / Zoom Info.

会议号 / Meeting ID : 99264730981  
会议密码 / Meeting PW : 178135

## 日程 / Schedule

10:00 – 10:30	朱亦哲	<i>Expander mixing lemma and the matrix completion problem</i>
10:40 – 11:10	傅武德	<i>Counting nilpotent operators</i>
11:20 – 11:50	向子卿	<i>Graph orientations and the matrix-tree theorem</i>
13:40 – 14:10	林一青	概率存在么?
14:20 – 14:50	费佳睿	从二元三次方程谈起
15:00 – 15:30	张跃辉	神奇的 15
15:50 – 16:20	来米加	极小曲面极简史
16:30 – 17:00	李吉有	有限域上可逆方阵与处处非零向量
17:10 – 17:40	李友林	复代数曲线的亏格

## 摘要 / Abstract

### 从二元三次方程谈起

14:20

费佳睿 Jiarui Fei

1400 多年前我国古代著名哲学家、军事家、数学家李靖（卫公）证明了一个被后世称为费马大定理的数学命题，但是他的证明极其晦涩难懂，详见王小波著《红拂夜奔》。20 多年前英国数学家 Andrew Wiles（爵士）利用椭圆曲线的理论，独立给出了一个相对容易理解的证明。那么究竟什么是椭圆曲线呢？就让我们从二元三次方程谈起吧。

---

### Counting nilpotent operators

10:40

傅武德 James Fullwood

For a randomly-chosen linear operator on a vector space of finite cardinality  $N$ , the probability of being nilpotent is  $\frac{1}{N}$ . In this talk, we present Tom Leinster's new proof of this result which is inspired by Joyal's proof of Cayley's formula, which states that for a finite set  $X$  with  $N$  elements, the number of (unrooted) trees with vertex-set  $X$  is  $N^{N-2}$ . In particular, the proof is coordinate-free, and uses only basic facts from linear algebra.

---

### 极小曲面极简史

15:50

来米加 Mijia Lai

极小曲面研究始于十八世纪下半叶，此后它日益发展成为微分几何中的重要议题，也和复分析、偏微分方程、材料力学等领域产生积极联系。本报告先简要介绍极小曲面基础知识及其经历的几次黄金时代，之后将重点介绍近十年来由 Marques 和 Neves 引领的又一个黄金时代。

---

## 有限域上可逆方阵与处处非零向量

16:30

李吉有 Jiyou Li

令  $p$  为大于 3 的素数，而  $\mathbb{F}_p$  为  $p$  元域。对任意  $\mathbb{F}_p$  上可逆矩阵  $A$ ，是否总有向量  $x$  使得  $x$  与  $xA$  同时处处非零？

这个“简单”问题已经有 40 年的历史了，迄今未决。我们将介绍该问题研究中一些已知结果和方法，包括多项式方法、拟阵方法等等。

---

## 复代数曲线的亏格

17:10

李友林 Youlin Li

代数曲线是二维复射影空间  $\mathbb{C}P^2$  中的由关于坐标  $x, y, z$  的齐次多项式的零点集组成的图形。如果这个多项式不能分解成次数较低的齐次多项式的乘积，那么这个代数曲线是一个可定向的闭曲面。在这个报告中，我们将利用曲面之间的分支覆盖的办法来确定代数曲线所对应的闭曲面，即计算这个闭曲面的亏格。

---

## 概率存在么？

13:40

林一青 Yiqing Lin

待定

---

## Graph orientations and the matrix-tree theorem

11:20

向子卿 Ziqing Xiang

The matrix-tree theorem states that the number of spanning trees in a graph equals to the determinant of any cofactor of its Laplacian matrix. We will analyze the theorem carefully, and show that what the determinant really counts is the signed number of subgraphs with good orientations. With this interpretation, it is then straightforward to generalize the matrix-tree theorem to mixed graphs, that is graphs where directed edges, undirected edges, loops and parallel edges are allowed. At the end, we will show how to recover some of previously known generalizations of the matrix-tree theorem from this mixed graph version.

---

## 神奇的 15

15:00

张跃辉 Yuehui Zhang

1770 年，拉格朗日证明了四平方和定理，即四元多项式  $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$  是万能的 (universal)，即可以表示任何正整数。1916 年，拉玛努金宣称计算出了全部 55 个四元对角万能多项式。1993 年，康威与史尼伯格证明了 15 定理，即一个整数矩阵正定四元二次型是万能的当且仅当其能够表示前 15 个正整数。2000 年，14 年后的菲尔兹奖得主巴加瓦给 15 定理一个线性代数的证明。本报告节录自张跃辉、李吉有、朱佳俊著《数学的天空》第二章第五节“数图无间—神奇的 15”。谨以此报告纪念染新冠不幸离世的伟大数学家康威。

---

## Expander mixing lemma and the matrix completion problem

10:00

朱亦哲 Yizhe Zhu

Matrix completion is the task of filling in the missing entries of a partially observed low-rank matrix. One example is the Netflix problem: given ratings on movies from users' history, how do we make good recommendations on what to watch next? In the course of analyzing the problem, we will use a  $d$ -regular graph to observe the unknown matrix, and we will see interesting applications of expander mixing lemma in graph theory, John's theorem in convex geometry, and Grothendieck's inequality in functional analysis.

### References

- [1] Eyal Heiman, Gideon Schechtman, and Adi Shraibman. Deterministic algorithms for matrix completion. *Random Structures & Algorithms* **45.2** (2014): 306-317.
-